# Inhaltsverzeichnis

# Große Zahlen und Stellentafel

Das Zehnersystem ist ein Stellenwertsystem. Der Wert einer Ziffer hängt von ihrer Position in der Zahl ab.

Stellentafel (Stellenwerttafel)

| Billion | | | Mrd | | | Million | | | HT | ZT | T | H | Z | E |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|---|---|---|
| 1 Tausend | = 1 000 | (3 Nullen) |
| 1 Million | = 1 000 000 | (6 Nullen) |
| 1 Milliarde | = 1 000 000 000 | (9 Nullen) |
| 1 Billion | = 1 000 000 000 000 | (12 Nullen) |

1 Billiarde hat 15 Nullen

# Vergleichen von Zahlen

Für das Vergleichen von Zahlen benutzt man Ordnungszeichen:
… > … ( ... ist größer als ... ) bzw.
… < … ( ... ist kleiner als ... ).

→ Vergleichen von Brüchen
→ Vergleichen von Dezimalzahlen

# Runden von Zahlen

Beim Runden auf einen Stellenwert bestimmt die Ziffer, die rechts vom Stellenwert steht, ob auf- oder abgerundet wird. Ist sie kleiner als 5, wird abgerundet, andernfalls aufgerundet.

Abrunden: Alle Ziffern rechts vom betrachteten Stellenwert werden gestrichen bzw. links vom Komma durch Nullen ersetzt.

Aufrunden: Die Ziffer am betrachteten Stellenwert wird um eins erhöht (ggf. mit Übertrag), ansonsten wie beim Abrunden verfahren.

Beispiel:

Runde die Zahl 3,14159265 auf

| Stellenwert | Hundertstel | Tausendstel |
|---|---|---|
| Maßgebende Ziffer | 1 | 5 |
| Gerundete Zahl | 3,14 | 3,142 |

Runde die Zahl 40475 auf

| Stellenwert | Hundert | Tausend |
|---|---|---|
| Maßgebende Ziffer | 7 | 4 |
| Gerundete Zahl | 40100 | 40000 |

# Grundrechenarten

## *Addition*

Addiere die Zahlen 8 und 13:

| 8 | + | 13 | = | 21 |
|---|---|---|---|---|
| 1. Summand | | 2. Summand | | (Wert der) Summe |
| | Summe | | | |

## *Subtraktion*

Subtrahiere die Zahl 7 von der Zahl 19:

| 19 | – | 12 | = | 7 |
|---|---|---|---|---|
| Minuend | | Subtrahend | | (Wert der) Differenz |
| | Differenz | | | |

## *Multiplikation*

Multipliziere die Zahlen 7 und 12.

| 7 | · | 12 | = | 84 |
|---|---|---|---|---|
| 1. Faktor | | 2. Faktor | | (Wert des) Produkt(s) |
| | Produkt | | | |

## *Division*

Dividiere die Zahl 63 durch der Zahl 9.

| 63 | : | 9 | = | 7 |
|---|---|---|---|---|
| Dividend | | Divisor | | (Wert des) Quotient(en) |
| | Quotient | | | |

# Potenzieren

Anstelle eines Produkts $a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ mit n gleichen Faktoren schreibt man eine Potenz: $a^n$.

Man nennt a <u>Basis</u> (Grundzahl) und n <u>Exponent</u> (Hochzahl).

Bsp. Bei der Potenz $5^3$ ist die Basis 5, der Exponent ist 3

# Rechengesetze

## *Rechengesetze der Addition*

Kommutativgesetz für die Addition
(Vertauschungsgesetz)

In einer Summe darf man die Summanden vertauschen.

$$a + b = b + a$$

Assoziativgesetz für die Addition
(Verbindungsgesetz)

In einer Summe darf man Klammern beliebig setzen.

$$a + ( b + c ) = ( a + b ) + c$$

Für die Subtraktion gelten die obigen Gesetze nicht.

## *Rechengesetze der Multiplikation*

Kommutativgesetz für die Multiplikation

In einem Produkt darf man die Faktoren vertauschen.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Assoziativgesetz für die Multiplikation

In einem Produkt darf man Klammern beliebig setzen.

$$( a \cdot b ) \cdot c = a \cdot ( b \cdot c )$$

Für die Division gelten die obigen Gesetze nicht.

## *Multiplikation von Summen*

Distributivgesetz

Man kann eine Summe mit einer Zahl multiplizieren, indem man jeden Summanden mit der Zahl multipliziert und die Ergebnisse addiert.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Bsp.: $2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$

Bei Anwendung der Umformung

| von … | … spricht man von |
|---|---|
| links nach rechts | ausmultiplizieren |
| rechts nach links | ausklammern. |

Man multipliziert zwei Summen, indem man jeden Summand in der ersten Klammer mit jedem Summand der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte addiert.

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Sonderfälle sind in den folgenden Formeln erfasst:

## *Binomische Formeln*

1. BF: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. BF: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. BF: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

# Terme

## *Definition und Begriffe*

Eine Zahl, ein Buchstabe oder eine Verknüpfung zweier oder mehrerer Zahlen/Buchstaben mit Rechenoperatoren nennt man Term.

Die Verknüpfung zweier Terme ergibt wieder einen Term.

(Bsp. $17 \cdot (58 + 115)$ ; $3 + x$ ; $5 \cdot \pi$)

Vereinfachen und Berechnen eines Terms

$(58 + 115) - (27 + 55)$ ← Term

$= 173 - 82$ ← Vereinfachung des Terms

$= 91$ ← Wert des Terms

## *Regeln für die Berechnung von Termen*

Der Ausdruck in einer Klammer wird zuerst berechnet.

Danach gilt: „Potenzrechnung“ geht vor „Punktrechnung“ und „Punktrechnung“ geht vor „Strichrechnung“.

Ansonsten wird von links nach rechts gerechnet.

## *Benennung von Termen*

Ein Term wird nach der Rechenart benannt, die als letztes ausgeführt werden muss.

Bsp.: $20 - (3 + 7) \cdot 5$ ist eine Differenz.

$3 + 4 \cdot 5$ ← Summe

$(3 + 4) \cdot 5$ ← Produkt

# Variable und Gleichung

## *Variable*

Anstelle eines Platzhalters „Kästchen“ verwenden wir eine Variable.

z.B. a, b, c, .... , x, y, z

## *Gleichung*

Vergleicht man zwei Terme mit einem „=“, so nennt man dies eine Gleichung.

| | | |
|---|---|---|
| z.B. | $2 \cdot 2 + 12 = 7 \cdot 2$ | falsche Aussage |
| | $3 \cdot 3 + 12 = 7 \cdot 3$ | wahre Aussage |
| | $x \cdot x + 12 = 7 \cdot x$ | weder wahr noch falsch |

## *Grundmenge*

Die Gesamtheit aller Zahlen, die für die Variable in einer Gleichung eingesetzt werden kann, nennt man Grundmenge G.

z.B. G = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

## *Lösung / Lösungsmenge*

Die Zahlen einer Menge nennt man Elemente der Menge.

Zahlen, bei denen eine Gleichung zu einer wahren Aussage wird, heißen Lösungen.

Alle Lösungen einer Gleichung bilden die Lösungsmenge.

Hat eine Gleichung keine Lösung, so ist die Lösungsmenge leer: L = { }

## *Beispiel:*

Gleichung: $30 - 7 \cdot x + x^2 = 18$

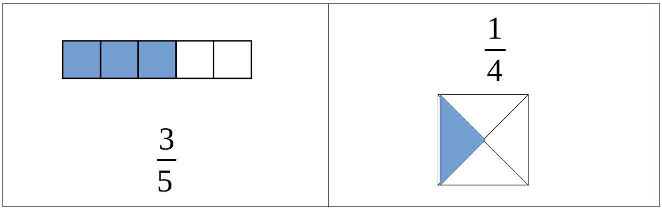
Lösungen: x = 3; x = 4

Lösungsmenge: L = { 3; 4 }

# Bruchrechnung

## *Brüche*

Anteile können durch Brüche angegeben werden.



$$\frac{3}{5} \qquad \frac{1}{4}$$

Ein Bruch wird durch zwei übereinander stehende Zahlen dargestellt, die durch einen Bruchstrich voneinander getrennt sind.

$$\frac{Zähler}{Nenner}$$

Der Nenner gibt an, in wie viele gleich große Teile das Ganze aufgeteilt wird.

Der Zähler gibt an, wie viele Teile betrachtet werden.

## *Bruch als Quotient*

Ein Bruch lässt sich als Quotient schreiben und umgekehrt.

Bsp. $\frac{3}{4}$ = 3 : 4 bzw. 7 : 25 = $\frac{7}{25}$

## *Besondere Brüche*

Einen Bruch mit dem Zähler 1 nennt man Stammbruch.

Einen Bruch, bei dem der Zähler kleiner als der Nenner ist, nennt man echten Bruch. Andernfalls spricht man von unechtem Bruch.

Ein unechter Bruch lässt sich als gemischte Zahl schreiben.

Bsp. $\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$

## *Erweitern und Kürzen*

Einen Bruch erweitern heißt, Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren.

Einen Bruch kürzen heißt, Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividieren.

Beim Erweitern und Kürzen ändert sich der Wert eines Bruchs nicht.

### *Vergleichen von Brüchen*

Zwei Brüche werden verglichen, indem man sie so erweitert oder kürzt, dass sie beide den gleichen Nenner haben (gleichnamig sind).

## Rechnen mit Brüchen

### *Addition / Subtraktion von Brüchen*

Zwei gleichnamige Brüche werden addiert/subtrahiert, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält.

### *Vervielfachen von Bruchzahlen*

Eine Bruchzahl wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der Zahl multipliziert und den Nenner unverändert lässt:

$$\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{6}{7}$$

### *Unterscheide*

zwischen

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$$

und

$$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

### *Teilen von Bruchzahlen*

Eine Bruchzahl wird durch eine natürlichen Zahl dividiert, indem man den Nenner mit der Zahl multipliziert und den Zähler unverändert lässt:

Bsp.: $\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$

Ist der Zähler durch die Zahl teilbar, so dividiert man den Zähler und lässt den Nenner unverändert:

Bsp.: $\frac{8}{9} : 2 = \frac{4}{9}$

## *Multiplikation von Brüchen*

Zwei Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

Bsp. $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$

## *Division durch eine Bruchzahl*

Durch eine Bruchzahl wird dividiert, indem man mit dem Kehrwert des Bruchs multipliziert.

Den Kehrwert eines Bruchs erhält man durch Vertauschen von Zähler und Nenner.

Bsp. $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$

## *Doppelbrüche*

Einfacher Bruch : $2 : 3 = \frac{2}{3}$

Doppelbrüche : $\frac{2}{3} : \frac{2}{15} = \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{15}}$

Hauptbruchstrich in Höhe des Gleichheitszeichens !

# Dezimalzahlen

Dezimalzahlen (Dezimalbrüche/Dezimalbruchzahlen) sind eine weitere Schreibweise für Bruchzahlen.
Dezimalzahlen enthalten ein Komma und damit auch Nachkommastellen.

## *Stellentafel (Stellenwerttafel)*

| H | Z | E | z | h | t | zt | ht |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Zehntel | Hundertstel | Tausendstel | | |

Komma

$\frac{8}{10}$ und 0,8 sind verschiedene Schreibweisen für dieselbe Bruchzahl.

Beachte : $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

## *Nullen rechts vom Komma*

Der Wert einer Dezimalzahl ändert sich nicht, wenn man Endnullen anhängt oder weglässt.
9,8 = 9,80 = 9,80000
(Bei einer Größe darf man dies nicht so machen.)

## *Umformen : Bruch → Dezimalbruch*

Einen gewöhnlichen Bruch kann man durch Erweitern oder Kürzen auf einen Zehnerbruch (Bruch mit dem Nenner Zehn, Hundert, Tausend, ...) in einen Dezimalbruch umwandeln.
Nicht jeder Bruch lässt sich auf diese Weise umwandeln.
(Dann führt man eine Division wie bei Dezimalzahlen beschrieben (s.u.) durch.)

## *Vergleich von Dezimalzahlen*

Von zwei Dezimalzahlen ist diejenige die größere, bei der von links nach rechts gelesen an derselben Stelle zuerst die größere Ziffer vorkommt.

$51{,}6\underline{4}5 < 51{,}6\underline{5}4$

## *Multiplikation mit / Division durch Stufenzahlen*

Stufenzahlen sind Zehnerpotenzen :

$10$ , $100 = 10^2$ , $1000 = 10^3$ , ...

Eine Dezimalzahl wird mit 10, 100, 1000, ... multipliziert ( durch 10, 100, 1000, ... dividiert ), indem man das Komma um 1, 2, 3, ... Stellen nach rechts ( nach links ) verschiebt und gegebenenfalls mit Nullen ergänzt

## *Multiplikation von Dezimalzahlen*

Dezimalzahlen multipliziert man zunächst ohne Komma und zählt dann beim Ergebnis so viele Nachkommastellen ab, wie beide Faktoren zusammen haben.

## *Kommaverschiebung bei einem Produkt*

Der Wert eines Produktes ändert sich nicht, wenn man das Komma in beiden Faktoren um gleich viele Stellen entgegengesetzt verschiebt.

## *Division einer Zahl durch eine natürliche Zahl*

Man dividiert eine Dezimalzahl stellenweise wie eine natürliche Zahl. Sobald man während der Rechnung das Komma überschreitet, setzt man auch im Ergebnis ein Komma.

## *Kommaverschiebung bei einer Division*

Der Wert eines Quotienten ändert sich nicht, wenn man das Komma in Dividend und Divisor um gleich viele Stellen <u>in gleicher Richtung</u> verschiebt.

## *Division durch eine Dezimalzahl*

Man verschiebt vor der Division bei beiden Zahlen das Komma um gleich viele Stellen nach rechts bis der Divisor eine natürliche Zahl ist.

## *Abbrechende und periodische Dezimalzahlen*

Bei der Umwandlung eines Bruchs in eine Dezimalzahl
entsteht oder

| | | |
|---|---|---|
| eine abbrechende Dezimalzahl | eine periodische Dezimalzahl | |
| | rein periodisch | gemischt periodisch |
| $0{,}375$ | $0{,}\overline{18}$ | $0{,}74\overline{3}$ |

# Zahlbereiche

## Natürliche Zahlen

Die Menge der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, .... nennt man natürliche Zahlen. Das Zeichen für diese Menge ist $\mathbb{N}$ ( ein N mit Doppelstrich). Soll die Null eingeschlossen sein, benutzt man das Symbol $N_0$.

## Ganze Zahlen

Zwei Zahlen, deren Summe Null ergibt, nennt man Gegenzahlen zueinander. Die Gegenzahlen der natürlichen (bzw. positiven ganzen) Zahlen nennt man negative ganze Zahlen.

Die natürlichen Zahlen, die Null und Gegenzahlen der natürlichen Zahlen bilden die Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ .

## Bruchzahlen

Alle Zahlen, die sich durch einen Bruch $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{N}$ und $b \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ darstellen lassen, bilden die Menge der Bruchzahlen.

## Rationale Zahlen

Die positiven und die negativen Bruchzahlen sowie die Null nennt man zusammen die rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ .

## Zahlengerade

Spiegelt man den Zahlenstrahl am Nullpunkt, so erhält man die Zahlengerade. Dabei lässt man die Pfeilspitze auf der linken Seite weg.
Die Punkte links von der Null stellen die negativen Zahlen dar, rechts die positiven.

Die positiven und negativen Zahlen werden durch das Vorzeichen + (plus) bzw. - (minus) unterschieden.
Die 0 hat kein Vorzeichen. Das Pluszeichen kann häufig weggelassen werden.

# Rechnen mit rationalen Zahlen

## *Betrag einer Zahl / Gegenzahl*

Der Abstand einer Zahl von 0 heißt Betrag dieser Zahl.

Ändert man bei einer Zahl das Vorzeichen, so erhält man die Gegenzahl. Zahl und Gegenzahl haben den gleichen Betrag.

## *Addition von rationalen Zahlen*

Zwei Zahlen mit gleichem Vorzeichen werden addiert, indem man das gemeinsame Vorzeichen setzt und die Beträge addiert.

Zwei Zahlen mit verschiedenen Vorzeichen werden addiert, indem man das Vorzeichen der Zahl setzt, die den größeren Betrag hat, und dann die Differenz der Beträge bildet.

## *Subtraktion von rationalen Zahlen*

Eine Zahl wird subtrahiert, indem man die Gegenzahl addiert.

## *Multiplikation/Division von rationalen Zahlen*

Zwei Zahlen werden multipliziert/dividiert, indem man zunächst das Vorzeichen bestimmt. Bei gleichen Vorzeichen ist das Ergebnis positiv, bei verschiedenen Vorzeichen negativ. Dann werden die Beträge multipliziert/dividiert.

# Zuordnungen

## *Zuordnungen (allgemein)*

Gehört zu jedem Element einer Menge A (erste Größe) ein Element einer Menge B (zweite Größe), so nennt man dies eine Zuordnung.

Eine Zuordnung kann man
- mit einer Wertetabelle,
- mit einem Diagramm,
- in einem Koordinatensystem,

darstellen bzw. mit Worten oder Pfeilen beschreiben.

## *Funktion*

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, bei der jeder Zahl einer Menge A (Definitionsmenge D) genau eine Zahl einer Menge B (Wertemenge W) zugeordnet wird.

## *Proportionale Zuordnung (Proportionalität)*

Wird dem Doppelten, …, der Hälfte, dem k-fachen der ersten Größe das Doppelte, …, die Hälfte, das k-fache der zweiten Größe zugeordnet, dann ist die Zuordnung proportional (eine Proportionalität).

Bei einer Proportionalität ist der Quotient eines Wertepaares immer gleich.

Aus x → y folgt $\frac{y}{x}=m$ für beliebiges x.

Bei einer proportionalen Zuordnung liegen im Koordinatensystem alle Punkte auf einer Geraden durch den Ursprung (Ursprungsgerade).

## *Antiproportionale Zuordnung (Antiproportionalität)*

Wird dem Doppelten, …, der Hälfte, dem k-fachen der ersten Größe die Hälfte, …,das Doppelte,

das $\frac{1}{k}$ -fache der zweiten Größe zugeordnet,

dann ist die Zuordnung antiproportional (eine Antiproportionalität).

Bei einer Antiproportionalität ist das Produkt eines Wertepaares immer gleich.
Aus x → y folgt y $y \cdot x = a$ für beliebiges x $x \neq 0$ .

Bei einer antiproportionalen Zuordnung heißt der Graph Hyperbel.

# Dreisatz

Der Dreisatz ist eine Methode, mit der bei proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen mithilfe eines bekannten Zahlenpaares eine unbekannte Größe bestimmt werden kann.

Bsp. Frage: Wenn 5 kg Kartoffel 4,50-€ kosten, wie teuer sind dann 8 kg ?
Proportionalität:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Menge in kg | → | Preis in Euro |
| Bekanntes Paar: | 5 kg | → | 4,50 € |

(erster Satz: 5 kg kosten 4 Euro 50)

In einem Zwischenschritt schließt man auf die Einheit (bzw. eine passende Größe).

1 kg → 0,90 €

(zweiter Satz: 1 kg kostet den 5.Teil, also 0,90 Euro)

Gesuchte Größe: 8 kg → 7,20 €

(dritter Satz: 8 kg kosten das 8-fache, also 7,20 Euro)

Antwort: 8 kg Kartoffel kosten 7,20 Euro.

# Prozentrechnung

## *Prozent*

Um Anteile besser vergleichen zu können, wandelt man diese in Brüche mit dem Nenner 100 um und schreibt sie dann mit dem Symbol % (Prozent).

lat.: pro centum → je Hundert

Für $\frac{p}{100}$ schreibt man p% ( p Prozent)

Bsp. $\frac{3}{4}=\frac{75}{100}$ = 75 %

Die Umwandlung kann auch über die Dezimalschreibweise geschehen.

Bsp. $\frac{3}{4}$ = 0,75 = 75 %

## *Grundbegriffe*

<u>Prozentsatz p%</u> : Bruch mit dem Nenner 100 und dem Zähler p.

<u>Grundwert G</u> : Größe, auf die der Prozentsatz angewendet wird.

<u>Prozentwert W</u> : Größe, die man nach der Anwendung des Prozentsatzes erhält.

Grundwert $\xrightarrow{\text{Prozentsatz}}$ Prozentwert

G $\xrightarrow{p\%}$ W

Beispiel : Wie viel ist 3% von 500 € = 15 €

Prozentsatz Grundwert Prozentwert

Rechnung dazu:

500 € · 3% = 15 €

500 € · $\frac{3}{100}$ = 15 €

## *Wichtige Prozentsätze :*

| Bruch | ½ | 1/3 | 2/3 | ¼ | 3/4 | 1/5 | 1/8 | 1/10 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P-satz | 50% | 33,3% | 66,7% | 25% | 75% | 20% | 12,5% | 10% | 100% |

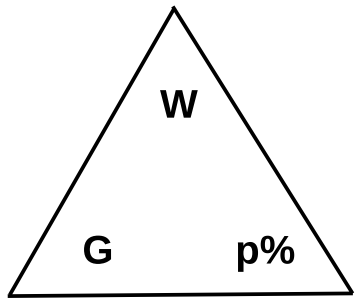
## *Formeln zur Berechnung von W, G bzw. p%*

$$W = G \cdot p\%$$

$$G = \frac{W}{p\%}$$

$$p\% = \frac{W}{G}$$

*Merk-Dreieck*




(Ist G oder p% zu berechnen, so steht W im Zähler, andernfalls gibt es keinen Bruch.)

# Quadratwurzel

Die Quadratwurzel aus einer nicht-negativen Zahl a ist diejenige Zahl b, deren Quadrat a ergibt.

$\sqrt{a} = b \quad \text{mit } b^2 = a$

Bsp.

$\sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ , denn $2{,}5^2 = 6{,}25$

# Kubikwurzel

Die Kubikwurzel (dritte Wurzel) aus einer nicht-negativen Zahl a ist diejenige Zahl b, deren dritte Potenz a ergibt.

$\sqrt[3]{a} = b \quad \text{mit } b^3 = a$

Bsp.

$\sqrt[3]{27} = 3$ , denn $3^2 = 27$

# Quadratische Funktionen

*Eine Funktion mit der Funktionsgleichung $y = x^2$ heißt Quadratfunktion. Ihr Schaubild ist die Normalparabel. Ihr tiefster Punkt heißt Scheitel S.*

*Streckt bzw. staucht man die Normalparabel in y-Richtung, so erhält man eine Parabel mit der Gleichung $y = ax^2$.*

*Verschiebt man die Normalparabel um d Einheit in (positive) x-Richtung, so hat Parabel die Gleichung $y = (x – d)^2$.*

*Verschiebt man die Normalparabel um e Einheit in (positive) y-Richtung, so hat Parabel die Gleichung $y = x^2 + e$.*

*Ist* S( d I e) *der Scheitel und a der Streckfaktor einer Parabel, dann lautet die Funktionsgleichung in Scheitelform:*
$y = a(x - d)^2 + e$.

*Durch Umformen erhält man :*
$y = ax^2 - 2adx + ad^2 + e$
*und durch Ersetzen von $b = -2ad$ und $c = ad^2 + e$ erhält man die allgemeine Gleichung der quadratischen Funktion:*
$y = ax^2 + bx + c$.

*Umgekehrt:*

*Aus der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$ erhält man durch Umformen die Scheitelform:*

$$y = a\cdot\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

*, bei der man die Koordinaten des Scheitels der Parabel ablesen kann:*

$$S\left(-\frac{b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

.

*Quadratische Gleichungen*

*Eine Gleichung der Form*

$$ax^2 + bx + c = 0\,,\quad (a \neq 0)$$

*heißt quadratische Gleichung.*

*Ist b = 0, so nennt man sie rein-quadratische Gleichung.*

*Lösungsformel*

*Die Gleichung mit der Form*

$$x^2 + px + q = 0$$

*hat die Lösungen*

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

*Den Radikanden (Term unter der Wurzel) nennt man hier Diskriminante D:*

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\ .$$

*Ist D > 0, so hat die Gleichung zwei Lösungen, für D = 0 eine Lösung und bei D < 0 keine Lösung.*

*Die rein-quadratische Gleichung*

$$x^2 + q = 0$$

*hat die Lösungen*

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{-q}\ ,\ \text{falls } q < 0 \quad \text{bzw.}$$

$$x = 0 \quad \text{für } q = 0.$$

*Eine quadratische Gleichung der Form*

$$ax^2 + bx = 0\,,\quad (a \neq 0)$$

*kann durch Zerlegung in Linearfaktoren und Anwendung des Satzes vom Nullprodukt gelöst werden.*

*Satzes vom Nullprodukt*

*Ein Produkt ist genau dann gleich null, wenn mindestens einer der Faktoren gleich null ist.*

$$a \cdot b = 0 \;\Leftrightarrow\; a = 0 \text{ oder } b = 0$$